

תורת הקבוצות

הגדרה: זוג סדור

זוג סדור הוא ביטוי מהצורה (a, b) , כאשר a, b איברים, לאו דווקא שונים.בניגוד לקבוצה, בזוג סדור יש חשיבות לסדר. a נקרא האיבר הראשון בזוג הסדור, ו- b הוא האיבר השני. שימו לב - $(a, b) \neq (b, a)$.דוגמאות לזוגות סדורים - (צילי, גילי), (אגס, תפוח), $(1, 2)$

הגדרה: מכפלה קרטזית

עבור קבוצות A, B , נגדיר את המכפלה הקרטזית שלהן ונסמן -

$$A \times B = \{(a, b) | a \in A \text{ וגם } b \in B\}$$

דוגמאות למכפלה קרטזית

- $Q = \{1, 2, 4\}, R = \{5, 6, 8\}$
 $Q \times R = \{(1, 2), (1, 5), (1, 8), (2, 5), (2, 6), (2, 8), (4, 5), (4, 6), (4, 8)\}$
- $Q = \{7, 8, 9\}, R = \{7, 8\}$
 $Q \times R = \{(7, 7), (7, 8), (8, 7), (8, 8), (9, 7), (9, 8)\}$

3. עבור הקבוצה $A = \mathbb{N} \times \mathbb{N}$ האם $(2, 2) \in A$? כןהאם $(-2, 4) \in A$? לא כי $-2 \notin \mathbb{N}$ האם $(2, \frac{3}{2}) \in A$? לא כי $\frac{3}{2} \notin \mathbb{N}$ 4. עבור הקבוצה $A = \mathbb{N} \times \mathbb{Z}$ האם $(2, 2) \in A$? כןהאם $(-2, 4) \in A$? לא כי $-2 \notin \mathbb{N}$ האם $(2, \frac{3}{2}) \in A$? לא כי $\frac{3}{2} \notin \mathbb{N}$

תרגיל כיתה

1. כתבו את המכפלות הקרטזיות הבאות באופן מלא:

א. $A = \{\text{תפוח, בננה}\}, B = \{\text{דבש, שוקו}\}$

$A \times B = ?$

ב. $A = \{\text{תפוח, בננה}\}, B = \emptyset$

$A \times B = ?$

ג. $R = \{\frac{3}{2}, 4, 5\}, L = \{\frac{2}{3}, 4\frac{1}{2}, 7\}$

$R \times L = ?$

$L \times R = ?$

2. נכון או לא נכון –

א. $(1, 2) \in \mathbb{N} \times \mathbb{N}$

ב. $(100, -500) \in \mathbb{Z} \times \mathbb{N}$

ג. $(100, -500) \in \mathbb{N} \times \mathbb{Z}$

3. עבור קבוצות G, F מתקיים

$$G \times F = \{(-2, 3), (0, 3), (3, 3), (0, 4), (-2, 4), (3, 4)\}$$

מצאו את G, F .

4. יהיו A, B קבוצות כלשהן. באילו תנאים יתקיים –

א. $A \times B = B \times A$

ב. $(A \times B) \cap (B \times A) = \emptyset$

שאלות רשות

5. נתונות A, B, C קבוצות כלשהן, האם בהכרח נכון ש- (אם נכון הסבירי, אם לא נכון תני דוגמא)

א. אם $A \subset B$ אז $A \times C \subset B \times C$

ב. אם $A \subset B$ אז $A \times C \subset B \times C$

6. נתון $A = \{5, 6\}, B = \{4, 5, 6\}, C = \{5, 6, 7\}$

הראו שמתקיים $A \times A = (B \times B) \cap (C \times C)$

תשובות לחלק מהשאלות

1. ב. $A \times B = \emptyset$

כיוון ש- B ריקה, אין זוגות שניתן להרכיב כך שהאיבר השני בהם שייך ל- B . אז המכפלה ריקה.

2. א. נכון. ב. לא נכון. ג. נכון.