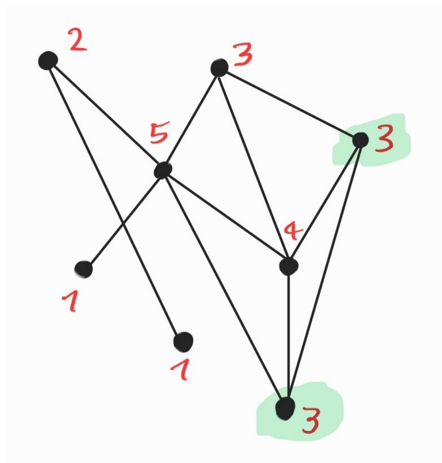
תרגיל בית - שבוע 4 - פתרון

פתרון שאלה 1

הנה הפתרון:



ליד כל קודקוד כתובה הדרגה שלו בצבע אדום (שזה סעיף 1) ומודגש בצבע ירוק זוג קודקודים עם דרגה שווה (שזה סעיף 2)

פתרון שאלה 2

1. $A \cap B = \phi$, $A \cup B = \{1, 2, 3, \text{פסק זמן}, \text{מילקי}\}$
   $A \cap C = \phi$, $A \cup C = \{1, 2, 3, \triangle, \blacksquare, \bullet\}$
   $A \cap D = \phi$, $A \cup D = \{1, 2, 3, \text{מילקי}, \blacksquare, \bullet\}$
   $A \cap E = \{2, 3\}$, $A \cup E = \{1, 2, 3, 4\}$
   $A \cap F = \{3\}$, $A \cup F = \{1, 2, 3, 5, \triangle\}$
   $B \cap C = \phi$, $B \cup C = \{\text{פסק זמן}, \text{מילקי}, \triangle, \blacksquare, \bullet\}$
   $B \cap D = \{\text{מילקי}\}$, $B \cup D = \{\text{פסק זמן}, \text{מילקי}, \blacksquare, \bullet\}$
   $B \cap E = \phi$, $B \cup E = \{\text{פסק זמן}, \text{מילקי}, 2, 3, 4\}$
   $B \cap F = \phi$, $B \cup F = \{\text{פסק זמן}, \text{מילקי}, 3, 5, \triangle\}$
   $C \cap D = \{\blacksquare, \bullet\}$, $C \cup D = \{\triangle, \blacksquare, \bullet, \text{מילקי}\}$
   $C \cap E = \phi$, $C \cup E = \{\triangle, \blacksquare, \bullet, 2, 3, 4\}$
   $C \cap F = \{\triangle\}$, $C \cup F = \{\triangle, \blacksquare, \bullet, 3, 5\}$
   $D \cap E = \phi$, $D \cup E = \{\text{מילקי}, \blacksquare, \bullet, 2, 3, 4\}$
   $D \cap F = \phi$, $D \cup F = \{\text{מילקי}, \blacksquare, \bullet, 3, 5, \triangle\}$
   $E \cap F = \{3\}$, $D \cup F = \{2, 3, 4, 5, \triangle\}$

2. ההגדרה של קבוצות זרות זה שהחיתוך שלהן ריק, אז נסתכל על הפתרון שלנו לסעיף הקודם ונרשום את כל הזוגות שהחיתוך שלהן ריק.

פתרון שאלה 3

1. אפשר לחשוב כמה כל <u>קודקוד</u> תורם ל-D (כפי שכתוב בשאלה), אבל יש עוד דרך לחשב את D: כל <u>קשת</u> מוסיפה 2 ל-D, הרי כשאנחנו סופרים דרגה של קודקוד אנחנו סופרים כמה קצוות של קשתות יש בקודקוד הזה. לכל קשת יש בדיוק 2 קודקודים ולכן היא מוסיפה בדיוק 2 למניין הדרגות הכללי בגרף. לכן, D שווה בדיוק ל-2 כפול מספר הקשתות בגרף ובפרט D הוא מספר זוגי.
2. נניח שיש k קודקודים בעלי דרגה אי-זוגית ו-n קודקודים סך הכל. בשביל הנוחות שלנו נמספר את הקודקודים כך שקודקודים מספר 1 עד k הם בעלי דרגה אי-זוגית וקודקודים מספר k+1 עד n הם בעלי דרגה זוגית.
אנחנו יודעים ש-
$$D = deg(1) + deg(2) + \dots + deg(n)$$
ואם נעביר קצת אגפים נקבל:
$$deg(1) + deg(2) + \dots + deg(k) = D - deg(k+1) - deg(k+2) - \dots - deg(n)$$
כל המספרים באגף ימין של המשוואה הם זוגיים, לכן גם כל הביטוי באגף ימין. מצד שני באגף שמאל כתוב סכום של k גורמים <u>אי-זוגיים</u>, אז הדרך היחידה שהמשוואה הזאת יכולה להתקיים היא אם באגף שמאל יש מספר זוגי של גורמים, כלומר k הוא מספר זוגי וסיימנו.
3. נסתכל על כדור הארץ כגרף באופן הבא: נגדיר את קבוצת הקודקודים להיות המדינות ויש קשת בין 2 קודקודים אם המדינות המתאימות הן מדינות שכנות על כדור הארץ. לכן הטענה בשאלה היא בדיוק הסעיף הקודם רק עם שאלה מילולית.