תרגיל 4 ואחרון – תרגיל חגיגה

1. האם המספרים הבאים רציונליים?

אם כן, רשמו אותם כשבר. אם לא, הסבירו מדוע.

1. $x=0.123456789123456789…$
2. $x=1.12112111211112…$
3. רציונלי כי הפיתוח מחזורי.

$$10^{9}x=123456789.123456789…=$$

$$123456789+0.123456789…=123456789+x$$

$$x=\frac{123456789}{10^{9}-1}$$

1. הוכיחו או הפריכו: לכל $x,y$ ממשיים מתקיים $\left|x+y\right|=\left|x\right|+\left|y\right|$.

הטענה אינה נכונה כי $\left|1+\left(-1\right)\right|=0$ בעוד $\left|1\right|+\left|-1\right|=1+1=2$.

1. יהיו $x,y$ ממשיים. הוכיחו כי $xy\leq \frac{x^{2}+y^{2}}{2}$.

רמז: התבוננו ב-$\left(x-y\right)^{2}$.

פתרון:

$$\left(x-y\right)^{2}\geq 0$$

$$x^{2}-2xy+y^{2}\geq 0$$

$$x^{2}+y^{2}\geq 2xy$$

$$\frac{x^{2}+y^{2}}{2}\geq xy$$