תרגיל 3 - פתרון

1. יהי טבעי המקיים . הראו כי .

פתרון:

3 ראשוני ו-. מהלמה של אוקלידס, או . בכל מקרה .

1. הסיקו משאלה 1 כי אי רציונלי.

פתרון:

נחקה את ההוכחה ש- אי רציונלי. נניח בשלילה כי אי רציונלי. אז קיימים  *שלמים כך ש- שונה מ-0, המקיימים . נקבל*

*ומשאלה 1 נקבל . לכן קיים שלם המקיים . אז*

*ומשאלה 1 נקבל . המונה ומהכנה מתחלקים ב-3 ולכן השבר אינו מצוצמם, סתירה.*

1. יהי אי זוגי. הראו כי קיים שלם המקיים .

פתרון:

נניח כי  *אי זוגי. אז קיים שלם המקיים . מכאן*

טענת עזר:

המספר זוגי. הוכחה:

נפריד למקרים:

אם  *זוגי, קיים שלם המקיים . אז ולכן זוגי.* אם  *אי זוגי, קיים שלם המקיים . אז ולכן זוגי.*

*בכל מקרה קיים שלם המקיים . לכן*

*כנדרש.*

1. יהיו שלמים. הוכיחו או הפריכו:
2. אם אז .

הטענה נכונה: מהגדרה, קיימים  *שלמים המקיימים .*

נבחר . זה שלם מסגירות שלמים לכפל. מתקיים

*ולכן .*

1. אם אז .

הטענה אינה נכונה:

ראינו בכיתה כי , אבל אינו מחלק את כי אינו מתחלק ב-.