

מבחן במתמטיקה מצויינות למדע

28 ביוני 2022

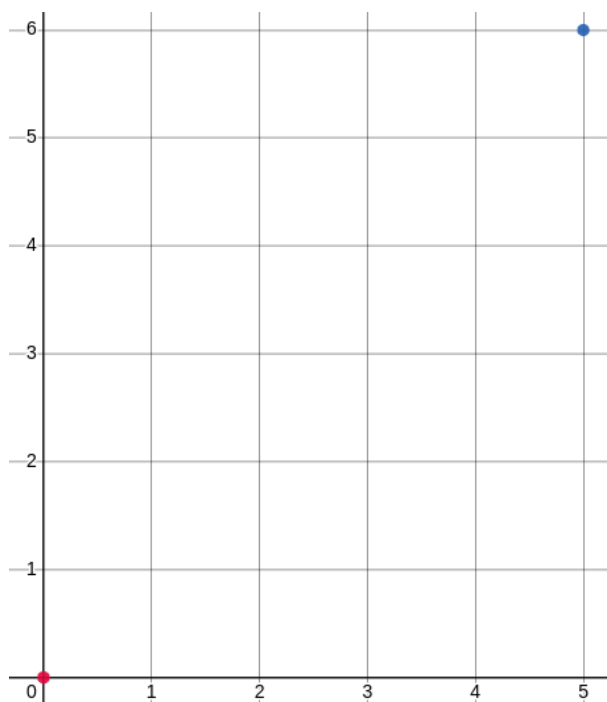
עני על 4 השאלות הבאות.

כתבי בכתב ברור וצייני על איזו שאלה ואיזה סעיף את עונה.
לא חשוב הסדר בו פותרים את השאלות

חומר עזר מותר - כל חומר כתוב או מודפס, מחשבון.

1.

נתונה רשת של m על n משבצות (m שורות ו- n עמודות).



א. כמה מסלולים אפשריים יש מהנקודה האדומה, לנקודה הכחולה, אם מותר לנוע רק על הקווים, ורק בכיוונים ימינה ולמעלה?

רמז - לתאר את המסלולים כסדרה של צעדים - כל צעד הוא ימינה או למעלה (אפשר גם חץ)

נבחר מסלול באופן אחיד (הסתברות אחידה לכל מסלול), ענו על שני הסעיפים הבאים:

ב. מה הסיכוי ששלושת הצעדים הראשונים היו רק ימינה?

ג. מה הסיכוי ששלושת הצעדים הראשונים היו זהים זה לזה? (3 פעמים ימינה או 3 פעמים למעלה)

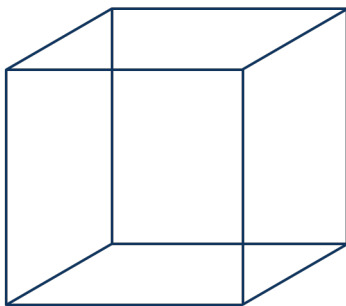
2.

א. בכיתה של אליס כל תלמיד משתתף לפחות באחד מהחוגים הבאים: אנגלית ודרמה.

בכיתה הזאת יש 30 תלמידים, 20 מהם לומדים אנגלית, ו-15 לומדים דרמה. כמה תלמידים לומדים בשני החוגים?

ב. בקודקודים של קובייה רשומים המספרים 1, 2, 3, ..., 8. הוכיחו כי קיים מקצוע של הקובייה שההפרש בין המספרים שעומדים בקצותיו לפחות 3.

תוכלו להיעזר בסרטוט הבא -



3.

בשק יש 70 כדורים זהים בצבעים שונים: 20 כחולים, 20 אדומים, 20 צהובים והשאר שחורים ולבנים.

מה המספר המינימלי של כדורים שצריך להוציא מהשק בלי להסתכל, כדי ש-

א. בוודאות יהיו לנו 10 כדורים בצבע זהה?

ב. בוודאות יהיו לנו 10 כדורים בצבע כחול?

4.

א. הארץ הקסומה מורכבת מ-25 מחוזות. האם יתכן שכל מחוז גובל במספר אי זוגי של מחוזות אחרים?

רמז - באחד מתרגילי הבית הוכחתן שסכום הדרגות בגרף הוא מספר זוגי. מותר להשתמש בטענה זו ללא הוכחה.

ב. נתונים 11 מספרים בין 1 ל-99. הוכיחו כי יש בינם שניים שהפרש בינם קטן ממש מ-10.

שאלות בונוס

א. נתונה קבוצה B כך ש- $|B| = n$ ואיבר ספציפי $b \in B$. מהו מספר האפשרויות לבחירה של k איברים מ- B , בלי חשיבות לסדר ועם חזרות, כך ש-

(1). b לא נבחר אף פעם.

(2). b נבחר בדיוק פעם אחת.

(3). b נבחר לפחות פעם אחת.

ב. חנה ורחל השקו עציצים בבית.

ידוע שכל אחת מהן השקתה בדיוק חצי מכמות העציצים בבית, וידוע גם ששלושה עציצים בטעות הושקו פעמיים. כמה עציצים נשאר להשקות?

ג. נקרא למספר נחמד, אם הוא מורכב מספרות אי-זוגיות בלבד. כמה מספרים ארבע-ספרתיים נחמדים קיימים?