תרגיל 2 במתמטיקה – סדנת הקיץ

1. לגבי כל קבוצה ופעולה, קבעו האם הקבוצה סגורה ביחס לפעולה. נמקו את תשובתם.

   א. הזוגיים עם הפעולה $a * b = 2a + b$.
   ב. הרציונליים עם הפעולה $a * b = a^2$.

2. יהיו a, b מספרים ממשיים. הוכיחו או הפריכו כל אחת מהטענות הבאות:

   א. אם a, b אי רציונליים אז $a + b$ רציונלי.
   ב. אם $a - b$ רציונלי ו-a, b אי רציונליים אז $a + b$ אי רציונלי.

3. הראו כי $\sqrt[2022]{2}$ אי רציונלי.

4. הראו כי אם a, b, c, d רציונליים המקיימים $a + b\sqrt{2} = c + d\sqrt{2}$, אז $a = c$ וגם $b = d$.

לא להגשה:

5. הראו כי $\sqrt{3}, \sqrt{8}$ אי רציונליים.
6. הראו ש-a אי רציונלי אם"ם קיימים b אי רציונלי ו-d רציונלי כך ש-$a = b + d$.
7. האם מכפלת אי רציונליים היא אי רציונלית?
8. האם קבוצת השלמים סגורה ביחס לפעולה $a * b = a^b$?

הערה: מותר להסתמך על כך ש$\sqrt{2}$ אי רציולי. נוכיח מחר.